

Nombre: .....  
 e-mail: .....

Legajo: .....

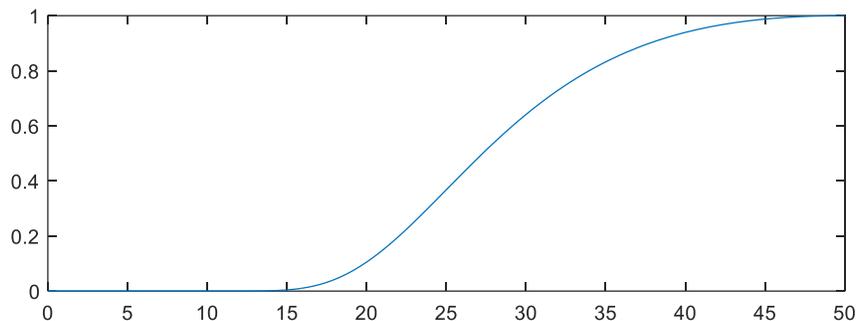
Carrera: .....

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3	Nota Final

**Observaciones:**

- Resolver cada ejercicio en una hora por separado.
- Todo lo resuelto con Matlab debe ser copiado en la hoja tal cual fue escrito en el software.
- Para aprobar el totalizador se debe tener nota NO inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

**1)** El siguiente gráfico describe el aterrizaje de un objeto, dado por la función:  $\exp(-(x-50)^2/x^2)$



Se sabe que el punto preciso de llegada se encuentra en el intervalo [0,50].

Considerando los métodos de resolución de ecuaciones no lineales:

1. Bisección
2. Regla Falsa
3. Punto fijo
4. Newton
5. Secante

Para el problema dado, indique:

- a) ¿Qué criterio de aproximación debe aplicar?
- b) ¿Cuáles son las limitaciones que encuentra en los distintos métodos?
- c) ¿Cuál considera el método numérico más adecuado para encontrar la solución? ¿Por qué?
- d) ¿Qué condiciones aseguran la convergencia? ¿En qué intervalo? ¿Son necesarias o suficientes?
- e) Calcule la solución con el método elegido en c) con error  $10^{-3}$ . Explique dificultades encontradas.

**2) a)** Un bloque se desplaza sobre una superficie plana por efecto de una fuerza cuya magnitud  $F(x)$  y el ángulo  $\theta(x)$ , que forma con la horizontal, varían en función de la posición  $x$  que va tomando el bloque.

Debido a las restricciones experimentales, solo ha sido posible registrar la siguiente información:

$x$ (pies)	0	2.5	5	10	12.5	15	20	25	30
$F(x)$ (libras)	0	6	9	13	13.5	14	10.5	12	5
$\theta(x)$ (radianes)	0.5	0.76	1.4	0.75	0.57	0.9	1.3	1.48	1.5

**a.1)** Calcule usando trapecios y con el menor error posible, el trabajo ( $W$ ) realizado por el bloque en su recorrido, sabiendo que:

$$W = \int_0^{30} F(x) \cos(\theta(x)) dx$$

Nombre: .....

**a.2)** Calcule el polinomio interpolante regresivo de Newton  $P(x)$  para la magnitud de la fuerza utilizando los nodos 2.5, 5, 10, 12.5, 15 y 20.

**a.3)** Compare los resultados de  $P(25)$  y  $F(25)$ . ¿Son iguales o distintos? ¿Por qué?

**b)** Se quiere calcular la integral de la función  $f(x) = x^2 \ln x$  en el intervalo  $[1,2]$ . Calcule dicha integral usando Matlab. (Transcriba a la hoja todas las sentencias usadas).

**c)** Considerando el uso de  $n$  puntos, responda justificando su respuesta:

**c.1)** ¿Cuántos polinomios interpolantes podría generar a partir de los distintos métodos?

**c.2)** ¿Cuántos polinomios distintos puede generar con diferencias divididas de Newton?

**c.3)** ¿Cuál es la ventaja del método de diferencias divididas de Newton ante el método de Lagrange?

**d)** Dada una cantidad  $n$  de observaciones de una experimentación que describirán el comportamiento de una función desconocida, se desea calcular la integral correspondiente. ¿Qué criterio tomaría para elegir el método más adecuado? Justifique.

**3) a)** Dada la ecuación diferencial:  $X'' = p(t) \cdot X'(t) + q(t) \cdot X(t) + r(t)$ . Conociendo  $X(a)$  y  $X(b)$ , explique detalladamente cómo implementaría el método de diferencias finitas para resolver dicha ecuación. (Muestre analíticamente).

**b)** Describa brevemente el método de Runge Kutta de 4to orden y explique ventajas y desventajas respecto a la implementación de Euler para la resolución de problemas de valor inicial.

**c)** Sea un sistema de físico que responde al siguiente modelo:

$$\frac{d^2Y}{dX^2} + \frac{1}{X} \cdot \frac{dY}{dX} - \frac{Y}{X^2} = 0$$

Se sabe que:  $Y(2) = 0,008$ ,  $Y(6,5) = 0,003$ .

Resuelva implementando diferencias finitas, para un total de 6 nodos, incluidos  $Y(2)$  e  $Y(6,5)$ . Puede utilizar Matlab para ayudarse. En caso de hacerlo copiar las cuentas realizadas, y los comandos empleados en la resolución. Muestre el resultado en una tabla que contenga los valores de  $X, Y$ . En caso de precisar, utilice diferencias hacia adelante.

**d)** Utilice el método del disparo para resolver el sistema dado en c). (Resuelva por el método que le resulte más conveniente).

**e)** Sabiendo que la solución exacta es de la forma:

$$Y = C1 \cdot X + \frac{C2}{X}$$

Calcule la solución exacta y compare gráficamente los valores obtenidos en c y d con la solución exacta. Esquematice en la hoja y comente las diferencias entre las tres soluciones encontradas.